

La formación de maestros/as y profesores/as de matemática: Conocimiento, procesos de razonamiento y práctica

Mathematics teacher education: Knowledge, reasoning processes and practice

La formazione di maestri e professori di matematica: Conoscenza, processi di ragionamento e pratica¹

Salvador Llinares

Universidad de Alicante, España

Recordando la conferencia de Bruno D'Amore:

De la teoría didáctica a la profesión docente

(Bogotá, 20 febrero 2019)

Resumen. *Uno de los objetivos de los programas de formación de profesores de matemática es ayudar a los estudiantes a razonar con conocimiento cada vez más especializado de Didáctica de la Matemática para poder desarrollar buenas prácticas en la enseñanza de la matemática. En este trabajo describimos iniciativas dirigidas a potenciar el desarrollo de competencias docentes que ponen el foco de atención en las características del pensamiento matemático de los/las estudiantes (los alumnos aprendiendo matemática). Dos ideas organizan la descripción. En primer lugar, la gestión de la dicotomía conocer-hacer para apoyar el desarrollo de competencias docentes desde la universidad y, en segundo lugar, sobre lo que significa empezar a aprender una profesión en la universidad considerando los entornos de aprendizaje que pueden ayudar a este desarrollo.*

Palabras claves: formación de profesores de matemática, desarrollo de competencias docentes, mirar profesionalmente las situaciones de enseñanza de la matemática.

Abstract. *One of the objectives of the mathematics teacher education programs is to help students to reason with increasingly specialized knowledge of Mathematics Education in order to develop good practices in the teaching of mathematics. In this paper we describe initiatives aimed at promoting the development of mathematics teaching competencies that focus attention on the characteristics of children's mathematical thinking. Two ideas organize the description. First, considering the*

¹ Artículo invitado/Invited article/Articolo invitato.

knowing-doing dichotomy to support the development of teaching competencies from the university, and next, on what it means to learn a profession at the university considering the learning environments that can help this development.

Keywords: mathematics teacher education, development of teaching competence, professional noticing of mathematics teaching.

Sunto. *Uno degli obiettivi dei programmi di formazione degli insegnanti di matematica è quello di aiutare gli studenti a ragionare con conoscenze sempre più specializzate in Didattica della Matematica al fine di poter sviluppare buone pratiche nell'insegnamento della matematica. In questo articolo descriviamo iniziative volte a potenziare lo sviluppo di competenze didattiche che pongono l'accento sulle caratteristiche del pensiero matematico degli studenti (alunni che imparano la matematica). Due idee organizzano la descrizione. In primo luogo, la gestione della dicotomia conoscere-fare per supportare lo sviluppo di competenze didattiche a partire dall'università e, in secondo luogo, su che cosa significa iniziare ad apprendere una professione all'università, considerando gli ambienti di apprendimento che possono aiutare questo sviluppo.*

Parole chiave: formazione degli insegnanti di matematica, sviluppo delle competenze docenti, guardare professionalmente alle situazioni di insegnamento della matematica.

1. La formación de maestros/as y profesores/as de matemática

La formación de maestros/as y profesores/as de matemática es un tema particularmente oportuno por la necesaria redefinición de la noción de *competencia docente*. Esta es consecuencia de la situación cambiante de la sociedad (de las nuevas demandas sociales) que exige competencias adicionales a las que tradicionalmente se vinculaban a la tarea de enseñar matemática. Este hecho conlleva repensar la manera en cómo la universidad entiende la formación de profesores. En este artículo describimos algunas iniciativas dirigidas a potenciar el desarrollo de competencias docentes que son consideradas clave en la enseñanza de la matemática, basadas en investigaciones de Didáctica de la Matemática, que ponen el foco de atención en las características del pensamiento matemático de los/las estudiantes (los alumnos aprendiendo matemática).

Además, existe una razón de índole personal vinculada a un trabajo que empezamos a desarrollar en la Universidad de Alicante hace algunos años por un grupo de formadores de profesores en el ámbito de la Didáctica de la Matemática (Llinares, 2012). Nos preguntábamos cómo podríamos ayudar a nuestros estudiantes (estudiantes para maestro/as en la Facultad de Educación y, en aquel momento, estudiantes de la Licenciatura de Matemática cursando la asignatura de Didáctica de la Matemática) a usar el *conocimiento* de Matemática y de Didáctica de la Matemática para dotar de sentido a las situaciones de enseñanza de la matemática en los niveles no universitarios,

como paso previo a poder generar buenas prácticas como profesores de matemática para que el alumno aprenda matemática.

Las cuestiones planteadas eran, por una parte, cómo se podía aprender *sobre la práctica* (en este caso, enseñar matemática) en la universidad y, en segundo lugar, cómo la *dicotomía entre conocer y hacer* podía potenciarse en la universidad. Para dar respuesta a estas cuestiones se consideró la evolución de la Didáctica de la Matemática como una disciplina científica y se reflexionó sobre: (i) qué características debían tener los entornos de aprendizaje que podíamos construir en la universidad y (ii) qué y cómo aprendían nuestros estudiantes en estos entornos de aprendizaje.

La manera de aproximarnos a estas cuestiones asume que aprender un conocimiento no se puede separar de su uso (dónde es pertinente usarlo, qué tipo de cuestiones ayuda a responder, etc.). En particular, se asume que usar el conocimiento en situaciones prácticas transforma dicho conocimiento. La hipótesis que subyace en esta aproximación es que las actividades propuestas y el contexto en el que se proponen dan forma al conocimiento que debe ser usado. Eraut (1994) indicaba que los procesos de interpretar una situación evidencian un modo de usar el conocimiento. Por ejemplo, usar el conocimiento sobre el aprendizaje de la matemática para interpretar las respuestas de los alumnos conlleva tener que adaptar el conocimiento que posee el docente sobre la Matemática y la Didáctica de la Matemática a las particularidades de estas respuestas (cómo se han generado, el nivel educativo, las características del currículo, etc.).

Dotar de sentido a las situaciones de la práctica, en nuestro caso la enseñanza de la matemática, como un paso necesario para decidir qué hacer y poder desarrollar buenas prácticas docentes, implica *identificar* los elementos relevantes de la situación para el objetivo pretendido (el aprendizaje de la matemática por parte de los estudiantes), e *interpretarlos desde el conocimiento procedente de los dominios científicos que dan soporte a la práctica* (la Matemática y la Didáctica de la Matemática), para poder justificar las decisiones de acción (D'Amore, 2005; D'Amore et al., 2008). En aquellos momentos, empezamos a situar el foco de atención en la caracterización de los *argumentos prácticos de nuestros estudiantes* cuando relacionaban los *hechos* con *las razones dadas* justificando lo sucedido desde el referencial teórico para apoyar una nueva acción (Fenstermacher & Richardson, 1993). Esta aproximación intentaba dar cuenta de la competencia docente vinculándola a la idea de “análisis deliberativo” de lo observado (Brown & Coles, 2011, 2012).

Nuestro primer acercamiento se realizó hace unos años, con algunos de los instrumentos tecnológicos creados por el servicio de Informática de la Universidad de Alicante (Figura 1). En la experiencia que realizamos en aquel momento explorábamos cómo los estudiantes para maestro/a y estudiantes de Matemática cursando la asignatura de Didáctica de la Matemática dotaban de

sentido a las situaciones de enseñanza cuando participaban en discusiones en línea dentro de entornos de aprendizaje que integraban videoclips de lecciones de matemática e información procedente de la Didáctica de la Matemática como una disciplina científica que apoyaba la práctica observada. Aprender a dotar de sentido a las situaciones de enseñanza de la matemática para poder tomar las mejores decisiones en la práctica docente emergió como un objetivo para aprender una profesión: el ser maestro o profesor de matemática de educación secundaria. El desarrollo de esta competencia docente en la universidad se ha convertido en uno de los objetivos de los programas de formación de profesiones que implican *razonar con conocimiento cada vez más especializado para desarrollar buenas prácticas*. Algunos de los resultados de la investigación (Llinares & Valls, 2009, 2010) mostraron nuevos modos de articular la práctica en el aula y la formación de profesores en la universidad. Esta competencia es ahora conocida como *mirar profesionalmente* las situaciones de enseñanza de la matemática (*Professional noticing*) (Mason, 2002; Dindyal et al. 2021; Jacobs et al., 2010; Scheiner, 2021).

Figura 1

Estructura del entorno de aprendizaje online usando la herramienta “Sesiones” del CV de la Universidad de Alicante (Llinares & Valls, 2010, p. 180)

The image shows a screenshot of a web-based learning environment. On the left side, there is a video player showing a classroom scene. Below the video, there are several text-based elements, including a list of documents and a chat area. On the right side, there is a document viewer displaying a page of text. Several callout boxes with arrows point to specific parts of the interface:

- Video-clip**: Points to the video player.
- Papers with theoretical information**: Points to a list of documents on the left.
- On-line discussions**: Points to a chat area on the left.
- On-line workshop**: Points to a section of the chat area on the left.
- Objectives**: Points to the 'OBJETIVOS SEGUN UNO' section of the document on the right.
- Methodological issues**: Points to the 'MÉTODOS DE ENSEÑANZA' section of the document on the right.
- Tasks and discussion questions**: Points to the 'TAREAS Y PREGUNTAS DE DISCUSIÓN' section of the document on the right.

Dos ideas organizaron nuestra manera de proceder. En primer lugar, la gestión

de la dicotomía conocer-hacer para apoyar el desarrollo de competencias docentes desde la universidad; y en segundo lugar, sobre lo que significa empezar a aprender una profesión en la universidad considerando un foco particular sobre los entornos de aprendizaje que pueden ayudar a ser competente en la profesión.

2. Dicotomía *conocer-hacer* para apoyar el desarrollo de competencias docentes desde la universidad

La competencia *mirar profesionalmente* distingue a un/a experto/a en una determinada área de alguien que no lo es por su capacidad de identificar y dotar de significado aspectos importantes de las situaciones con relación con su profesión. En particular, mirar profesionalmente la enseñanza de la matemática consiste en ser capaz de identificar aspectos relevantes para *el aprendizaje matemático* del alumno en una situación de enseñanza que, otras personas no profesionales, no serían capaces de identificar. Esta mirada profesional permite a los docentes actuar de manera coherente con la situación de enseñanza. John Mason (2002, 2020) caracterizó la “disciplina de la mirada profesional” (*discipline of noticing*) subrayando la capacidad del docente de analizar su propia práctica para generar formas de actuar de manera consciente que apoyaran el aprendizaje matemático de los estudiantes. Además, subraya la idea de que lo que llega a ser percibido a través de la mirada profesional debe ser validado por la experiencia de otros, permitiendo mirar cosas de las que previamente no se era consciente, y poder disponer de acciones para actuar como consecuencia de lo que ha sido observado. De esta manera, aprender a observar aspectos que pueden llegar a ser relevantes en la enseñanza de la matemática, que previamente no se era capaz de observar, junto con las acciones disponibles para actuar, genera la relación entre el conocimiento y la práctica (*entre conocer y hacer*). En esta conceptualización de la competencia docente *mirar profesionalmente* lo que importa es conocer cómo actuar en cada momento en función del significado dado a la situación desde el conocimiento teórico de las disciplinas que apoyan la práctica profesional (la Didáctica de la Matemática y la Matemática).

Sin embargo, como no es posible asegurar la existencia de “la mejor acción” en cualquier situación se subraya la necesidad *de ser capaz de justificar la acción* elegida mediante un discurso que se apoye en el conocimiento procedente de los dominios científicos que dan soporte a la práctica profesional (D’Amore et al., 2008). Esta perspectiva pone de relieve que las acciones del docente en el aula no pueden ser consideradas únicamente expresiones de los recursos disponibles, sino que sus acciones atestiguan la adaptación del conocimiento que se posee a las condiciones y características de los contextos en los que trabaja. Por tanto, la formación de docentes tiene como objetivo potenciar el desarrollo de esta competencia para poder llegar a

ser conscientes de lo relevante en una situación de enseñanza y estar en condiciones de actuar en dicho contexto.

En estos momentos, mirar profesionalmente la enseñanza de la matemática es una competencia docente relevante para la práctica de los docentes que ha generado una importante línea de investigación en Educación en general y en Educación Matemática en particular (Mason 2002; Schack, Fisher, & Wilhelm, 2017; Sherin, Jacobs, & Philipp, 2011). Otros dominios en los que se está aplicando esta perspectiva son aquellos en los que se prepara a los estudiantes universitarios para una profesión (como las Ciencias de la Salud). En estas iniciativas, el foco de atención está en articular espacios y actividades en la universidad para que los estudiantes puedan aprender a identificar lo relevante de las situaciones prácticas, interpretarlas desde el conocimiento teórico de los dominios científicos que dan soporte a la práctica profesional, y decidir sobre las líneas de actuación.

La relevancia de esta perspectiva para la formación de diferentes perfiles profesionales desde la universidad toma cuerpo a través del *Core Practice Consortium*. Este es un proyecto colaborativo entre diferentes instituciones y disciplinas dirigido a identificar *prácticas profesionales nucleares* que puedan ser discutidas y ser accesibles a los/as estudiantes universitarios/as, así como explorar pedagogías (formas de actuar en la universidad y entornos de aprendizaje) que ayuden a los estudiantes a familiarizarse con maneras de pensar para analizar dichas prácticas (Grossman et al., 2009; McDonald et al., 2013). En el caso particular de educación, la aproximación a la formación de maestros y profesores apoyados en la práctica (*practice-based teacher education*) implica identificar “prácticas profesionales nucleares” (*core practices of teaching*) y apoyar a los estudiantes universitarios para aprenderlas. Ejemplos de estas prácticas profesionales nucleares, en el caso de la enseñanza de la matemática, son la gestión de la discusión matemática en gran grupo en el aula, el análisis e interpretación del pensamiento matemático de los estudiantes, la representación y gestión de normas socio-matemáticas en el aula (por ejemplo, qué es lo que se puede considerar una explicación matemática aceptable), y la ingeniería didáctica. Recientemente Jacobs y Spangler en su aportación en el *Compendium for Research in Mathematics Education* (Cai, 2017) presentan a la competencia docente *mirar profesionalmente* (*professional noticing*) como una de estas prácticas profesionales nucleares en su revisión de “Research on Core Practices in K-12 Mathematics Teaching” (Jacobs & Spangler, 2017).

La competencia mirar profesionalmente las situaciones de enseñanza de la matemática, como una de estas prácticas nucleares, subraya la capacidad del profesional (es nuestro caso, para la enseñanza de la matemática) de analizar diferentes aspectos de la enseñanza de la matemática para generar formas de actuar de manera consciente (por ejemplo, ante las respuestas de los estudiantes durante la resolución de problemas o considerando la ingeniería

didáctica teniendo en cuenta las características de las tareas matemáticas para apoyar el aprendizaje matemático). Esta conceptualización subraya una serie de procesos tales como percibir/atender aspectos relevantes, interpretarlos y razonar con estas interpretaciones para decidir qué hacer.

La noción de *prácticas profesionales nucleares* subraya su naturaleza relacional y por tanto resulta coherente pensar en competencias docentes vinculadas a conjuntos de estas prácticas profesionales nucleares. En particular, *la interpretación* se apoya en la capacidad de vincular las evidencias de la práctica con ideas y principios teóricos más generales apoyando los razonamientos sobre la enseñanza para decidir cómo actuar (van Es & Sherin, 2002). Esta perspectiva abre un espacio de indagación sobre la interacción entre la percepción – lo que se es capaz de observar mediado por el conocimiento, creencias y actitudes –, la interpretación – el proceso de considerar las evidencias como ejemplos particulares de ideas teóricas generales –, y la toma de decisiones en la planificación y en la práctica.

3. Aprender una práctica profesional en la universidad: entornos de aprendizaje

La importancia dada a la competencia docente “mirar profesionalmente las situaciones de enseñanza” ha definido recientemente cuestiones sobre cómo apoyar su desarrollo en los programas de formación docente, originando una línea de investigación en Educación Matemática (Dindyal et al., 2021; Fernández & Choy, 2019; Mason, 2020; Schack et al., 2017; Sherin et al., 2011; Fernández et al., 2018; Llinares et al., 2019). La relevancia de esta línea de investigación está vinculada al establecimiento de nuevo conocimiento sobre el aprendizaje de los estudiantes para maestro/a y profesores/as de matemática de educación secundaria suponiendo un avance en nuestra comprensión del aprendizaje docente (Scheiner, 2016).

En nuestro grupo de trabajo en la Universidad de Alicante (España) uno de los medios que actualmente usamos en los programas de formación es la idea de *entornos de aprendizaje*. Los principios en los que se basan estos entornos de aprendizaje son el uso de: representaciones de la práctica (registros); instrumentos conceptuales; preguntas guía para apoyar la articulación de la mirada profesional de los/las estudiantes, y espacios para potenciar los procesos de razonamiento que permitan ampliar la comprensión sobre la práctica docente (Llinares & Fernández, 2021) (Figura 2).

Figura 2

Actividades que se articulan en los entornos de aprendizaje



El primer principio sobre el que se basa el diseño de los entornos de aprendizaje que apoyan el aprender una práctica profesional en la universidad es el uso de *representaciones de la práctica (registros)*. Con relación a la práctica de enseñar matemática, una representación de la práctica puede ser un conjunto de respuestas de alumnos a un problema de matemática, videoclips de lecciones de matemática o de discusiones en grupo en la resolución de un problema, la planificación de una lección, algunos materiales curriculares como colecciones de libros de texto o descripción de sucesos de aula en forma de casos. Estas representaciones de la práctica sirven como *instrumentos de mediación* entre la práctica profesional y el conocimiento científico que apoya dicha práctica. Las representaciones de la práctica pueden mostrar un aspecto o varios de una situación de clase y proporcionan a los estudiantes universitarios contextos reales para analizar e interpretar aspectos de la enseñanza y aprendizaje de la matemática.

La hipótesis que subyace a este planteamiento (en el que los registros de la práctica son instrumentos de mediación entre la práctica profesional y el conocimiento científico que la apoya) es que *la construcción de conocimiento no puede separarse de su uso* (como decía el profesor Eraut) lo que implica tener en cuenta las características de las actividades para aprender a usarlo. De este modo, se define un continuo entre lo que podrían ser las aulas de la

universidad, los contextos en los que se realizan las prácticas de enseñanza, y los encuentros entre tutores y estudiantes para profesor cuando analizan situaciones de aula. El objetivo aquí es doble. En primer lugar, presentar *registros de la práctica* como oportunidades para aprender conocimiento y aprender a usarlo en la tarea de dotar de significado a las situaciones de enseñanza de la matemática (es decir, la situación práctica). En segundo lugar, ayudar a los estudiantes universitarios a ir más allá del número limitado de casos que es posible presentar en estos contextos para *construir formas de pensar y hablar sobre los aspectos de la enseñanza de la matemática* que ayuden a justificar sus acciones para potenciar el aprendizaje matemático de los estudiantes. El uso de estas representaciones de la práctica en el programa de formación determina lo que los estudiantes para profesor pueden llegar a aprender, como paso previo a la realización de las prácticas de enseñanza. En esta perspectiva, la competencia mirar profesionalmente las situaciones de enseñanza es considerada una de estas prácticas profesionales nucleares que se apoya en el conocimiento científico sobre las *progresiones del pensamiento matemático de los estudiantes*, y los rasgos de las actividades matemáticas.

En segundo lugar, el uso de *instrumentos conceptuales*, es decir, información teórica procedente de las investigaciones en Didáctica de la Matemática y de la Matemática que puede ser usada para interpretar los registros de la práctica. Es decir, el conocimiento procedente de los dominios científicos que dan soporte a *la práctica profesional que se quiere aprender*. En este contexto, caracterizar cómo los estudiantes para profesor/a aprenden a usar el conocimiento de Matemática y de Didáctica de la Matemática cuando están intentando reconocer los elementos claves de una situación de enseñanza de la matemática para interpretarlos, y decidir cómo actuar, implica dar cuenta de sus procesos de razonamiento. Un antecedente en el estudio de cómo los estudiantes universitarios aprenden a razonar sobre una situación de enseñanza es el constructo *argumento práctico* (Fenstermacher & Richardson, 1993). El término *argumento* se refiere al contenido y a la estructura de la explicación generada por un/a estudiante sobre una situación de enseñanza en la que las evidencias se conectan de alguna manera con principios más generales. La manera en la que el conocimiento teórico es integrado con las evidencias en el proceso de dar razones por parte de los estudiantes para profesor al construir un argumento práctico refleja el desarrollo de la competencia docente “mirar profesionalmente”.

Finalmente, para ayudar a identificar los aspectos sobre los que centrarse en la interpretación de los registros de la práctica se incorporan *preguntas guía* como una manera de apoyar la articulación de la mirada profesional. Dichas preguntas centran la atención del estudiante en los aspectos objeto de aprendizaje en el programa de formación, como pueden ser el diseño de tareas (y la ingeniería didáctica), la interpretación del pensamiento matemático de los estudiantes o el análisis de la gestión del discurso matemático en el aula (es

decir, actividades relacionadas con la práctica profesional).

Por otra parte, el desarrollo de la competencia docente se asume como una transición desde un discurso básicamente descriptivo (y a veces como juicios de valor), hacia un discurso que puede estar organizado alrededor de las ideas teóricas con vínculos claros a las evidencias procedentes del registro de la práctica. En este caso, la calidad del discurso generado, los *argumentos prácticos* de los estudiantes, viene dada por la forma en la que las evidencias, desde el registro de la práctica, se vinculan a los elementos teóricos usados para dotarlas de sentido y, en la medida en la que *los estudiantes universitarios pueden considerar lo que observan como casos particulares de ideas teóricas*, para apoyar sus decisiones de acción. Por ejemplo, en qué medida los estudiantes para profesor desarrollan un discurso que les permita ir más allá de considerar las respuestas de estudiantes a problemas de matemática como correctas o incorrectas (es lo que podríamos denominar, mirar más allá de la superficie), o en qué medida justifican su propuesta de acciones de enseñanza más allá de indicar: “Es así porque es lo que viene a continuación en el currículo”, o “porque es necesario para poder aprender lo que viene a continuación”. El desarrollo de la competencia docente en los programas de formación inicial, visto a través de trayectorias entre los extremos indicados anteriormente, ha mostrado ser difícil para los estudiantes universitarios y ha dado lugar a la identificación de fases intermedias permitiendo caracterizar niveles de desarrollo de esta competencia. Las diferentes perspectivas, a través de las cuales generamos indicadores del desarrollo de la competencia docente mirar profesionalmente las situaciones de enseñanza de la matemática, tienen en común cómo los estudiantes llegan a generar una posición interpretativa ante los registros de la práctica (Llinares, 2019; Sánchez-Matamoros et al., 2018, 2019).

4. La competencia docente “mirar profesionalmente” como un proceso basado en el uso del conocimiento

Para desarrollar la competencia mirar profesionalmente la enseñanza de la matemática es necesario tener en cuenta representaciones de esta práctica y ayudar a los estudiantes a centrar su atención sobre ellas. Desde esta perspectiva, la descomposición de la práctica en *prácticas profesionales nucleares* apoya a los estudiantes a “ver” aspectos relevantes y a usar un *discurso específico* para pensar sobre partes de la práctica. El conocimiento que los estudiantes para profesor deben usar para identificar y comprender los aspectos de la práctica de enseñar matemática permite apoyar la idea de que la competencia docente es un proceso de razonamiento basado en el conocimiento procedente de la Didáctica de la Matemática y de la Matemática como dominios científicos que dan soporte a la práctica de enseñar matemática.

Por otra parte, los diferentes registros de la práctica permiten mostrar ciertos aspectos de la enseñanza de la matemática, pero no otros. En este sentido, somos conscientes de que existen limitaciones y diferencias en cómo las representaciones de la práctica son ejemplificadas en los programas de formación usando unos registros en vez de otros (por ejemplo, usando videos o narrativas para mostrar características de la interacción entre el profesor y los estudiantes). Esto es debido a que es posible movilizar diferentes conocimientos al analizar los registros de la práctica (Thomas, Jong, Fisher, & Schack, 2017). Es decir, el desarrollo de las destrezas alrededor de las que se articula esta competencia docente (identificar los elementos relevantes, interpretarlos y tomar decisiones de cómo seguir la enseñanza) se apoya en diferentes dominios de conocimiento, en la existencia de un vocabulario específico y una forma de organizar el discurso profesional (Callejo et al., 2021; Ivars et al., 2018, 2020; Moreno et al., 2021).

La existencia de un vocabulario específico permite nombrar aspectos de la práctica ayudando a focalizar la atención, y a empezar a generar argumentos de la práctica cada vez mejor estructurados. Así, el conocimiento que el programa de formación proporciona y que debe ser movilizado para analizar un registro de la práctica debe llegar a ser considerado relevante por los estudiantes para profesor. Es decir, el conocimiento que se articula en la competencia docente mirar profesionalmente tiene una vinculación estrecha con el registro de la práctica proporcionado. En este caso, los argumentos prácticos, generados por los estudiantes para profesor al analizar los diferentes registros de la práctica, considerados como evidencias del desarrollo de la competencia docente mirar profesionalmente, pueden estar determinados por la concreción de la información teórica proporcionada como guía.

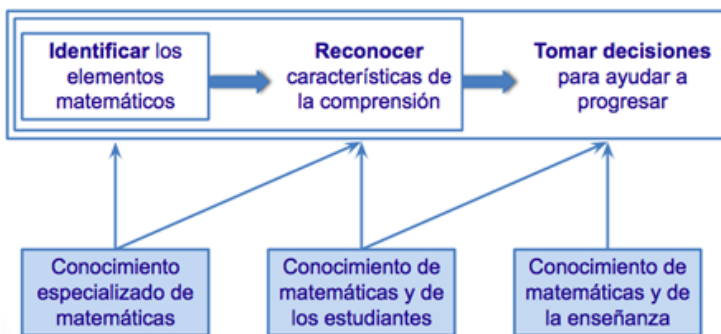
Desde este punto de vista, una cuestión clave para comprender en su justa medida el papel de los registros de la práctica lo determina lo que el *binomio conocimiento teórico-registro de la práctica* permite hacer visible. Es decir, en qué medida dicho binomio permite generar oportunidades para aprender, determinando qué mirar y cómo interpretar lo que se mira. El análisis de registros de la práctica guiados por algún tipo de información teórica procedente de los dominios científicos que dan soporte a la práctica subraya la idea de que la competencia docente mirar profesionalmente es un proceso a través del cual se aprende a usar el conocimiento pertinente para enseñar matemática. Este aprendizaje se evidencia por la generación de un discurso profesional rico en detalles (contenido del discurso) (Ivars et al., 2018; Moreno et al., 2021) y a través de la mejora de una estructura argumental que hace cada vez más explícita la manera en la que se articula la relación entre las evidencias, las inferencias realizadas, y los apoyos teóricos usados para justificar dichas inferencias.

Por ejemplo, para aprender a identificar los elementos matemáticos implícitos en una situación de enseñanza, los/las futuros/as docentes deben

movilizar su conocimiento de matemática y sobre el currículo. Para reconocer evidencias de la comprensión en las respuestas dadas por estudiantes en una situación de aula, es necesario que el/la futuro/a docente identifique los elementos matemáticos implicados y, además, use el conocimiento que tiene del contenido matemático y sobre la progresión en el aprendizaje para poder proporcionar explicaciones matemáticas de los procedimientos usados. Por último, para tomar decisiones que ayuden a progresar en el aprendizaje, los/las futuros/as docentes tienen que usar su conocimiento de matemática y sobre el aprendizaje de los/las estudiantes, para anticipar lo que al alumnado les parecerá más fácil o difícil, los errores que cometen con más frecuencia, y qué ejemplos proponer (Buforn, 2017; Buforn et al., 2020) (Figura 3).

Figura 3

Relación entre el conocimiento de matemática para enseñar y la competencia mirar profesionalmente (Buforn, 2017)



En este sentido, la relación entre el desarrollo de la competencia mirar profesionalmente y el aprendizaje del conocimiento de matemática necesario para enseñar se retroalimenta. Este hecho plantea cuestiones sobre las condiciones de acceso de los/las estudiantes para maestro/a y profesor/a al programa de formación. A pesar de los adelantos tecnológicos y conceptuales de los últimos años con relación al aprendizaje de los/las estudiantes en los programas de formación de maestros/as y profesores/as en la universidad (Brow et al., 2020), sin embargo, no ha sido resuelta la relación entre las condiciones de acceso a la universidad y el rendimiento académico en los programas de formación. En particular, la capacidad de aprovechar el conocimiento que debe ser aprendido en la universidad para el desarrollo de la competencia docente mirar profesionalmente las situaciones de enseñanza de la matemática está vinculada al conocimiento matemático que los estudiantes tienen al entrar en el programa de formación y, por tanto, puede estar determinada por las condiciones de acceso institucional al programa de formación.

En el caso de la formación de maestros, los resultados del estudio comparativo entre las Universidades de Alicante, Autónoma de Barcelona y Helsinki indicaba que los criterios de acceso a los programas de formación, y la trayectoria de formación previa pueden influir en la capacidad de aprovechamiento de las oportunidades de aprendizaje que la universidad proporciona. Los resultados de la comparación entre los criterios de acceso a los programas de formación de maestros y de las trayectorias académicas previas de los/las estudiantes que acceden al programa de formación realizado en las tres universidades y, el papel que determina la variable número de estudiantes que acceden al programa, parecen apoyar la hipótesis de la necesaria exigencia de ciertas condiciones de acceso que podrían asegurar un mejor aprovechamiento de las propuestas realizadas desde la universidad. Estos criterios de acceso pueden influir en el aprovechamiento de las oportunidades dadas por la universidad ya que tienen impacto sobre el conocimiento de matemática con los que los estudiantes llegan al programa (Gorgorió et al., 2021).

5. Comentarios finales

La enseñanza de la matemática es una práctica compleja que se apoya en la Didáctica de la Matemática y la Matemática como dominios científicos. Las reflexiones sobre cómo apoyar el desarrollo de la competencia docente vinculada a esta práctica se han organizado alrededor de dos ideas: la Dicotomía *conocer-hacer*, y la caracterización de los procesos de razonamiento evidenciados mediante la competencia “mirar profesionalmente” las situaciones de enseñanza. Por otra parte, la descripción de este ámbito de la práctica de los formadores de profesores de matemática ha generado una línea de investigación en Educación matemática que nos está proporcionando información para comprender mejor el proceso de aprendizaje de los estudiantes para profesores de matemática en la universidad.

Reconocimientos

1. Las ideas expresadas en este trabajo forman parte del proyecto PID2020-116514GB-I00, “*De la universidad a la práctica docente: Caracterización del desarrollo de la competencia docente mirar profesionalmente la enseñanza de la matemática*”. Agencia Estatal de Investigación, Ministerio de Ciencia e Innovación, España.
2. Agradezco a mis compañeras Ceneida Fernández, María del Mar Moreno y Julia Valls sus comentarios realizados a versiones preliminares de este texto.
3. Este texto forma parte de la lección dictada por Salvador Llinares el 16 de septiembre de 2021 durante el acto de inauguración oficial del curso 2021–22 en la Universidad de Alicante, España.

Referencias bibliográficas

- Brown, L., & Coles, A. (2012). Developing “deliberate analysis” for learning mathematics and for mathematics teacher education: How the enactive approach to cognition frames reflection. *Educational Studies in Mathematics*, 80(1–2), 217–231.
- Brown, L., Fernández, C., Helliwell, T., & Llinares, S. (2020). Prospective mathematics teachers as learners in university and school contexts: From university-based activities to classroom practice. In G. M. Lloyd & O. Chapman (Eds.), *International Handbook of Mathematics Teachers Education: Volume 3: Participants in Mathematics Teacher Education* (pp. 343–366). Leiden: Brill.
- Buform, A. (2017). *Características de la competencia docente mirar profesionalmente de los estudiantes para maestro en relación al razonamiento proporcional* [Tesis doctoral]. EDUA, Escuela de Doctorado de la Universidad de Alicante, España.
- Buform, A., Llinares, S., Fernández, C., Coles, A., & Brown, L. (2020). Pre-service teachers’ knowledge of unitizing process in recognizing students’ reasoning to propose teaching decisions. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2020.1777333>
- Cai J. (Ed.). (2017). *Compendium for research in mathematics education*. Reston, VA: NCTM.
- Callejo, M. L., Pérez-Tyteca, P., Moreno, M., & Sánchez-Matamoros, G. (2021). The use of a length and measurement HLT by pre-service kindergarten teachers' to notice children's mathematical thinking. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 1–21. <https://doi.org/10.1007/s10763-021-10163-4>
- D’Amore, B. (2005). Pratiche e metapratiche nell’attività matematica della classe intesa come società: Alcuni elementi rilevanti della didattica della matematica interpretati in chiave sociologica. *La matematica e la sua didattica*, 19(3), 325–336.
- D’Amore, B., Godino, J., & Fandiño Pinilla, M. I. (2008). *Competencias y matemática*. Bogotá: Editorial Magisterio.
- Dindyal, J., Schack, E. O., Choy, B. H., & Gamora Sherin, M. (2021). Exploring the terrains of mathematics teacher noticing. *ZDM Mathematics Education*, 53(1), 1–16. <https://doi.org/10.1007/s11858-021-01249-y>
- Eraut, M. (1994). *Developing professional knowledge and competence*. London: The Falmer Press.
- Fenstermacher, G. D., & Richardson, V. (1993). The elicitation and reconstruction of practical arguments in teaching. *Journal of Curriculum Studies*, 25(2), 101–114.
- Fernández, C., & Choy, B. H. (2019). Theoretical lenses to develop mathematics teacher noticing: Learning, teaching, psychological, and social perspectives. In S. Llinares & O. Chapman (Eds.), *International Handbook of Mathematics Teacher Education: Volume 2: Tools and Processes in Mathematics Teacher Education* (pp. 337–360). Leiden: Brill.
- Fernández, C., Llinares, S., & Rojas, Y. (2020). Prospective mathematics teachers’ development of noticing in an online teacher education program. *ZDM Mathematics Education*, 52(5), 959–972. <https://doi.org/10.1007/s11858-020-01149-7>
- Fernández, C., Sánchez-Matamoros, G., Valls, J., & Callejo, M. L. (2018). Noticing students’ mathematical thinking: Characterization, development and contexts.

AIEM - Avances de Investigación en Educación Matemática, 13, 39–61.

- Gorgorió, N., Albarracín, L., Laine, A., & Llinares, S. (2021). Primary education degree programs in Alicante, Barcelona and Helsinki: Could the differences in the mathematical knowledge of incoming students be explained by the access criteria? *LUMAT General Issue*, 9(1), 174–207.
- Grossman, P., Compton, C., Ingra, D., Ronfeld, M., Shahan, E., & Williamson, P. W. (2009). Teaching practice: A cross-professional perspective. *Teachers College Record*, 111(9), 2055–2100.
- Ivars, P. Fernández, C., & Llinares, S. (2020). A learning trajectory as a scaffold for pre-service teachers' noticing of students' mathematical understanding. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 18(3), 529–548.
- Ivars, P., Fernández, C., Llinares, S., & Choy, B. H. (2018). Enhancing noticing: Using a hypothetical learning trajectory to improve pre-service primary teachers' professional discourse. *EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 14(11), 1–16. <https://doi.org/10.29333/ejmste/93421>
- Jacobs, V. R., Lamb, L. L. C., & Philipp, R. A. (2010). Professional noticing of children's mathematical thinking. *Journal for Research in Mathematics Education*, 41(2), 169–202.
- Jacobs, V. R., & Spangler, D. A. (2017). Research on core practices in K-12 mathematics teaching. In J. Cai (Ed.), *Compendium for Research in Mathematics Education* (pp. 766–792). Reston, VA: NCTM.
- Llinares, S. (2012). Construcción de conocimiento y desarrollo de una mirada profesional para la práctica de enseñar matemáticas en entornos en línea. *AIEM - Avances de Investigación en Educación Matemática*, 2, 53–70.
- Llinares, S. (2013). Professional noticing: A component of the mathematics teacher's professional practice. *SISYPHUS. Journal of Education*, 1(3), 76–93.
- Llinares, S. (2019). Indicators for the development of noticing: How do we recognize them? *For the Learning of Mathematics*, 40(0), 38–43.
- Llinares, S., & Fernández, C. (2021). Mirar profesionalmente la enseñanza de las matemáticas: Características de una agenda de investigación en didáctica de la matemática. *La Gaceta de la RSME*, 24(1), 185–205.
- Llinares, S., Ivars, P., Buforn, A., & Groenwald, C. (2019). “Mirar profesionalmente” las situaciones de enseñanza: Una competencia basada en el conocimiento. En E. Badillo, N. Climent, C. Fernández, & M. T. González (Eds.), *Investigación sobre el profesor de matemáticas: Práctica de aula, conocimiento, competencia y desarrollo profesional* (pp. 177–192). Salamanca: Ediciones Universidad Salamanca.
- Llinares, S., & Valls, J. (2009). The building of pre-service primary teachers' knowledge of mathematics teaching: Interaction and online video case studies. *Instructional Science*, 37(3), 247–271.
- Llinares, S., & Valls, J. (2010). Prospective primary mathematics teachers' learning from on-line discussions in a virtual video-based environment. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 13(2), 177–196.
- Mason, J. (2002). *Researching your own practice: The discipline of noticing*. London: Routledge/Falmer.
- Mason, J. (2020). Learning about noticing, by, and through, noticing. *ZDM Mathematics Education*, 53(1), 231–243. <https://doi.org/10.1007/s11858-020->

01192-4

- McDonald, M., Kazemi, E., & Kavanagh, S. S. (2013). Core practices and pedagogies of teacher education: A call for a common language and collective activity. *Journal of Teacher Education*, 64(5), 378–386.
- Moreno, M., Sánchez-Matamoros, G., Callejo, M. L. Perez-Tyteca, P., & Llinares, S. (2021). How prospective kindergarten teachers develop their noticing skills: The instrumentation of a learning trajectory. *ZDM Mathematics Education*, 53(1), 57–72. <https://doi.org/10.1007/s11858-021-01234-5>
- Rooney, D., & Boud, D. (2019). Toward a pedagogy for professional noticing: Learning through observation. *Vocations and Learning*, 12(3), 441–457. <https://doi.org/10.1007/s12186-019-09222-3>
- Sánchez-Matamoros, G., Fernández, C., & Llinares, S. (2019). Relationships among prospective secondary mathematics teachers' skills of attending, interpreting and responding to students' understanding. *Educational Studies in Mathematics*, 100(1), 83–99. <https://doi.org/10.1007/s10649-018-9855-y>
- Sánchez-Matamoros, G., Moreno Moreno, M., Pérez Tyteca, P., & Callejo de la Vega, M. L. (2018). Trayectoria de aprendizaje de la longitud y su medida como instrumento conceptual usado por futuros maestros de educación infantil. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 21(2), 203–228. <https://doi.org/10.12802/relime.18.2124>
- Schack, E. O., Fisher, M. H., & Wilhelm, J. A. (2017). *Teacher noticing: Bridging and broadening perspectives, contexts, and frameworks*. Cham: Springer.
- Scheiner, T. (2016). Teacher noticing: Enlightening or blinding? *ZDM Mathematics Education*, 48(1–2), 227–238. <https://doi.org/10.1007/s11858-016-0771-2>
- Scheiner, T. (2021). Towards a more comprehensive model of teacher noticing. *ZDM Mathematics Education*, 53(1), 85–94. <https://doi.org/10.1007/s11858-020-01202-5>
- Sherin, M. G., Jacobs, V. R., & Philipp, R. A. (Eds.). (2011). *Mathematics teacher noticing: Seeing through teachers' eyes*. New York, NY: Routledge.
- Thomas, J., Jong, C., Fisher, M. H., & Schack, E. O. (2017). Noticing and knowledge: Exploring theoretical connections between professional noticing and mathematical knowledge for teaching. *The Mathematics Educator*, 26(2), 3–25.
- Trouche, L., Drijvers, P., Gueudet, G., & Sacristán, A. I. (2013). Technology-driven developments and policy implications for mathematics education. In M. Clements, A. Bishop, C. Keitel, J. Kilpatrick, & F. Leung (Eds.), *Third International Handbook of Mathematics Education* (pp. 753–789). New York, NY: Springer.
- Watson, F., & Rebar, A. (2014). The art of noticing: Essential to nursing practice. *British Journal of Nursing*, 23(10), 514–517. <https://doi.org/10.12968/bjon.2014.23.10.514>
- Van Es, E. A., & Sherin, M. G. (2002). Learning to notice: Scaffolding new teachers' interpretations of classroom interactions. *Journal of Technology and Teacher Education*, 10(4), 571–596.